مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۴
۲۵ مهر ۱۴۰۴

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان		ابوالفضل فروغی ـ مهدیار شریف
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ احمدرضا فلاح حسن محمدبیگی	مهدیار شریف ـ مهدی حسینی
۳	گسسته	رسول حاجی‌زاده	رسول حاجی‌زاده ـ نیما مهندس	داریوش امیری ـ مهدیار شریف
۴	فیزیک	علی نعیمی	مهدی داداشی ـ امیرحسین رستگار ـ علی مجیدی مرتضی میرخانی ـ علی نعیمی	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک‌محمدی ـ هادی مهدی‌زاده	پرهام امیری ـ علی باباخانی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ پریا رحیمی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

صورت مثبت و مخرج منفی است پس $A<0$. با این فرض A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A=\frac{\sin\frac{\pi}{8}+\cos\frac{\pi}{8}}{\sin\frac{\pi}{8}-\cos\frac{\pi}{8}}$$

$$A^2=\frac{1+2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}}{1-2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}}=\frac{1+\sin\frac{\pi}{4}}{1-\sin\frac{\pi}{4}}$$

$$A^2=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})^2}{4-2}=\frac{6+4\sqrt{2}}{2}$$

$$A^2=3+2\sqrt{2}\Rightarrow A^2=(1+\sqrt{2})^2\Rightarrow|A|=1+\sqrt{2}$$

$$A<0\Rightarrow A=-1-\sqrt{2}$$

روش دیگر: صورت مخرج را در عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$A=\frac{(\sin\frac{\pi}{8}+\cos\frac{\pi}{8})^2}{\sin^2\frac{\pi}{8}-\cos^2\frac{\pi}{8}}=\frac{1+\sin\frac{\pi}{4}}{-\cos\frac{\pi}{4}}=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\sqrt{2}-1$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۱۲)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

چون P روی دایرهٔ مثلثاتی واقع شده است پس:

$$P\begin{vmatrix}2x=\cos\theta\\ x-1=\sin\theta\end{vmatrix}$$

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$\Rightarrow 4x^2+x^2-2x+1=1\Rightarrow 5x^2=2x$$

$$\begin{cases}x=0\\ x=\frac{2}{5}\Rightarrow P\begin{vmatrix}\frac{4}{5}=\cos\theta\\ -\frac{3}{5}=\sin\theta\end{vmatrix}\end{cases}$$

فرض کنیم $\frac{\pi}{2}$ جلو رفته‌ایم و به نقطهٔ A رسیده‌ایم:

$$A\begin{vmatrix}\cos(\theta+\frac{\pi}{2})\\ \sin(\theta+\frac{\pi}{2})\end{vmatrix}\Rightarrow A\begin{vmatrix}-\sin\theta\\ \cos\theta\end{vmatrix}\Rightarrow A\begin{vmatrix}\frac{3}{5}\\ \frac{4}{5}\end{vmatrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}(AB)(AC)\sin A$$

پس:

$$S_{ABN}=\frac{1}{2}\times 4\times 4x\times\sin A=24$$

$$\Rightarrow 8x\sin A=24\Rightarrow x\sin A=3$$

از طرفی:

$$S_{ACM}=\frac{1}{2}\times x\times 12\sin A=6x\sin A=6\times 3=18$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۳۳)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$A=\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}}$$

با توجه به آنکه $\frac{\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$ پس $\sin\frac{\pi}{12}=\cos\frac{5\pi}{12}$ پس:

$$A=\frac{1}{\cos\frac{\pi}{12}}$$

$$\cos\frac{\pi}{12}=\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$A=\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۱۱)

۵. گزینه ۳ صحیح است.

اگر هر رادیان را 57° در نظر بگیرید، ۴ رادیان معادل 228° و ۶ رادیان معادل 342° است. پس به ترتیب در ناحیهٔ سوم و چهارم قرار دارند.

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۹۵)

۶. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت داده‌شده را به توان ۲ می‌رسانیم و داریم:

$$4\sin^2x+\cos^2x+4\sin x\cos x=1$$

به جای عدد ۱ قرار می‌دهیم $\sin^2x+\cos^2x=1$ و داریم:

$$4\sin^2x+\cancel{\cos^2x}+4\sin x\cos x=\sin^2x+\cancel{\cos^2x}$$

$$3\sin^2x+4\sin x\cos x=0$$

$$\sin x(3\sin x+4\cos x)=0$$

$$\begin{cases}\sin x=0 \text{ غ‌ق‌ق}\\ 3\sin x=-4\cos x\Rightarrow\tan x=-\frac{4}{3}\end{cases}$$

$$\tan x=-\frac{4}{3},\ \frac{\pi}{2}<x<\pi\Rightarrow\begin{cases}\sin x=\frac{4}{5}\\ \cos x=-\frac{3}{5}\end{cases}$$

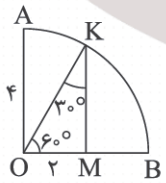
$$\cos 2x=2\cos^2x-1=2\times\frac{9}{25}-1=-\frac{7}{25}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

مساحت مثلث OMK برابر:

$$S=\frac{1}{2}\times 4\times 2\times\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$$



مساحت قطاع روبه‌رو به کمان KB برابر:

$$S=\frac{1}{2}\times 4^2\times\frac{\pi}{3}$$

$$S=\frac{8\pi}{3}\Rightarrow S_2=\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3}$$

ربع دایره $S=\frac{1}{4}\pi R^2=\frac{1}{4}\pi\times 16=4\pi$

$$S_1=4\pi-S_2=4\pi-(\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3})=\frac{4\pi}{3}+2\sqrt{3}$$

$$S_1-S_2=\frac{4\pi}{3}+2\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}=4(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3})$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۹۶)

۸. گزینه ۲ صحیح است.

در ابتدا داریم:

$$\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$$

اما:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=6\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\Rightarrow\sin\alpha\sin\beta=6\cos\alpha\cos\beta$$

پس:

$$\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\cos\alpha\cos\beta+6\cos\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta-6\cos\alpha\cos\beta}=-\frac{7}{5}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۱)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin(\frac{3\pi}{2}-4x)=-\cos 4x$$

پس باید $\cos 4x$ را به دست آوریم. ابتدا فرض را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sin x-\cos x=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow \sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x=\frac{1}{3}$$

$$1-\sin 2x=\frac{1}{3}\Rightarrow \sin 2x=\frac{2}{3}$$

$$\cos 4x=1-2\sin^2 2x=1-2(\frac{2}{3})^2=1-2\times\frac{4}{9}=+\frac{1}{9}$$

پس جواب نهایی $-\frac{1}{9}$ است.

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۱۰. گزینه ۱ صحیح است.

در ابتدا داریم:

$$\cos(x+\frac{3\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x\cos\frac{3\pi}{4}-\sin x\sin\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)=\frac{\sqrt{2}}{4}\Rightarrow \sin x+\cos x=-\frac{1}{2}$$

$$\sin x+\cos x=-\frac{1}{2}\Rightarrow(\sin x+\cos x)^2=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1+\sin 2x=\frac{1}{4}\Rightarrow\begin{cases}\sin 2x=-\frac{3}{4}\\ \cos 2x=\pm\frac{\sqrt{7}}{4}\end{cases}$$

$$\frac{3\pi}{2}<2x<2\pi\Rightarrow\cos 2x>0\Rightarrow\cos 2x=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحهٔ ۱۱۱)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x)=1-4\cos^2 2x=1-2(1+\cos 4x)$$

$$f(x)=-2\cos 4x-1\Rightarrow T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases}\max=a+4\\ \min=a-4\end{cases}\Rightarrow a+4=-2(a-4)-1$$

$$a+4=-2a+8-1\Rightarrow 3a=3\Rightarrow a=1$$

$$f(x)=1+4\sin\pi x\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\pi}=2$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۷)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنیم دورهٔ تناوب تابع f برابر T باشد، آنگاه:

$$y=3f(\frac{2}{3}x-\frac{1}{3})$$

$$T_1=\frac{T}{\frac{2}{3}}=4\Rightarrow T=\frac{8}{3}$$

یعنی دورهٔ تناوب تابع f برابر $T=\frac{8}{3}$ است.

$$y=2f(1-\frac{4}{3}x)\Rightarrow T_2=\frac{T}{\frac{4}{3}}=\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}}=2$$

یعنی دورهٔ تناوب تابع موردنظر ۲ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x)=a-2\sin(bx-\frac{3\pi}{2})=a-2\cos bx$$

$$f(0)=0\Rightarrow a-2=0\Rightarrow a=2$$

$$\max=a+2=4\Rightarrow b=4\Rightarrow a+b=6$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

اولاً:

$$\min f=-3\Rightarrow a-2=-3\Rightarrow a=-1$$

ثانیاً:

$$f(\pi)=0\Rightarrow -1-2\sin b\pi=0\Rightarrow \sin b\pi=-\frac{1}{2}$$

البته دقت کنید $b<0$ زیرا تابع برای همسایگی راست $x=0$ صعودی اکید است، پس:

$$b\pi=-\frac{\pi}{6},-\frac{5\pi}{6},-\frac{13\pi}{6}\Rightarrow$$

با توجه به آنکه π در سومین نقطهٔ تلاقی با محور طول‌ها قرار گرفته پس:

$$\begin{cases}b=-\frac{13}{6}\\ a=-1\end{cases}\Rightarrow a-b=\frac{7}{6}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x)=-3-4a\sin^2\frac{\pi}{4}x$$

$$0\le\sin^2(\frac{\pi}{4}x)\le 1\Rightarrow \max(f)-\min(f)=|4a|$$

$$|4a|=6\Rightarrow|a|=\frac{3}{2}\xrightarrow{a>0}a=\frac{3}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۲۵)

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(0)=a\Rightarrow A\Big|_{a}^{0}$$

تابع $y=\tan\frac{\pi x}{3}$ به شرطی تعریف‌نشده است که:

$$\frac{\pi x}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$k=0\Rightarrow\frac{x\pi}{3}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$ پس:

اولین نقطهٔ تعریف‌نشده

$$k=1\Rightarrow\frac{\pi x}{3}=\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow\frac{\pi x}{3}=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{9}{2}$$

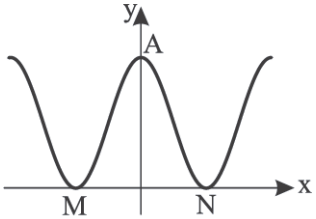
$$m_{AB}=-\frac{a}{\frac{9}{2}}=-\frac{2a}{9}$$ پس $B(4/5,0)$ به این ترتیب:

$$-\frac{2a}{9}=-\frac{4}{9}\Rightarrow a=2$$ پس:

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۲)

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

با فرض $a>0$ می‌توان نقاط M و N را به صورت زیر در نظر گرفت.



با توجه به آنکه $MN=T=\frac{\pi}{\frac{\pi}{a}}=a$. از طرفی $y_A=f(0)=a$:

$$S_{AMN}=\frac{1}{2}\times a\times a=\frac{a^2}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

هندسه

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

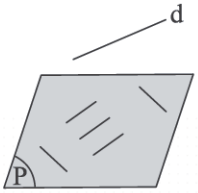
به بررسی گزاره‌ها می‌پردازیم:

الف) نادرست، صفحهٔ عمود بر دو خط متنافر وجود ندارد زیرا دو خط عمود بر یک صفحه موازی هستند پس نمی‌توانند متنافر باشند.

ب) نادرست، دو خط عمود بر یک خط در فضای سه‌بعدی می‌توانند متنافر هم باشند.

ج) درست، دو صفحه متمایز عمود بر یک صفحه یا موازی‌اند یا متقاطع‌اند.

د) نادرست، اگر خط d با صفحهٔ P موازی باشد، آنگاه d با بی‌شمار از خطوط صفحهٔ P موازی با بی‌شمار خطوط صفحهٔ P متنافر است.

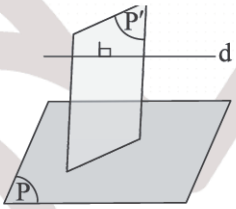


(هندسه دهم، صفحهٔ ۸۴)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

۱) درست، صفحه شامل خط d و عمود بر صفحهٔ P منحصربه‌فرد است.

۲) درست، به شکل دقت کنید!



$$\left.\begin{matrix} d \parallel P \\ d \perp P' \end{matrix}\right\} \Rightarrow P' \perp P$$

۳) درست، اگر خط d با صفحهٔ P موازی نباشد، هر صفحه‌ای که بر این خط بگذرد، با صفحهٔ P متقاطع است و چنانچه خط d موازی صفحهٔ P باشد، فقط یک صفحهٔ گذرا از d و موازی P وجود دارد.

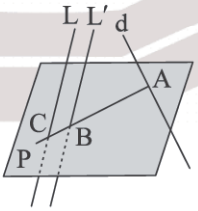
۴) نادرست، هر خط صفحهٔ P یا با خط d موازی و یا متنافر است.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۸۰)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

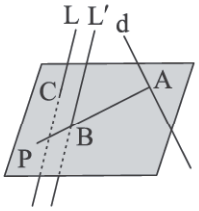
می‌دانیم اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند. چون خط L' صفحهٔ P را قطع می‌کند. پس خط L هم این صفحه را در نقطه‌ای مانند C قطع خواهد کرد.

اکنون اگر امتداد AB از نقطهٔ C عبور کند (شکل ۱) L و AB متقاطع خواهند شد.



(شکل ۱)

و در صورتی که امتداد AB از نقطهٔ C عبور نکند (شکل ۲) L و AB متنافر خواهند بود.

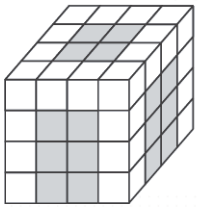


(شکل ۲)

(هندسه دهم، صفحهٔ ۷۹)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

این مکعب از ۶۴ مکعب کوچک ۱×۱×۱ تشکیل شده است. مکعب‌های کوچکی که فقط یک وجه آنها رنگ شده است روی وجه‌های مکعب اصلی هستند به‌جز مکعب‌های کوچکی که روی یال‌های آن هستند به استثنای کف آن که رنگ نشده (به غیر از مکعب‌های کوچک روی چهار یال کف و به‌جز رأس‌های آنها). پس در واقع داریم:



$$m = 5\times4 + 4\times2 = 28$$

از طرف دیگر تعداد مکعب‌های ۱×۱×۱ که سه وجه رنگی دارند، فقط در چهار گوشهٔ بالای مکعب اصلی واقع‌اند یعنی $n = 4$ است.

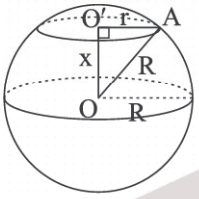
بنابراین:

$$\frac{m}{n} - 1 = \frac{28}{4} - 1 = 6$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۰)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

در صورتی سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با کره بیشترین مقدار ممکن را دارد که صفحه از مرکز کره عبور کند. حال فرض کنید صفحه را به اندازهٔ x واحد در راستای عمود بر آن جابه‌جا کنیم. در این حالت مطابق شکل، سطح مقطع حاصل، دایره‌ای به شعاع r است.



مطابق فرض داریم:

$$S' = \frac{1}{4}S \Rightarrow \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi R^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}R^2$$

حال طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{OO'A}$ داریم:

$$OO'^2 = OA^2 - O'A^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - r^2 = R^2 - \frac{1}{4}R^2 = \frac{3}{4}R^2$$

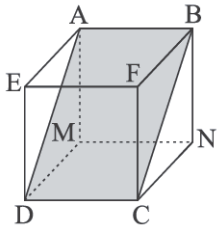
$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۴. گزینه ۴ صحیح است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم.

۱) درست، صفحه‌ای که از نقاط A و B و C عبور می‌کند، از نقطهٔ D نیز می‌گذرد. پس مکعب را در مستطیل $ABCD$ برش می‌دهد.



۲) درست، یال AB بر وجه $BNCF$ عمود است پس AB بر BC عمود است پس مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزایه است.

۳) درست، زیرا هر سه پاره‌خط EM و EC و MC قطرهای وجه مکعب هستند پس $\overset{\Delta}{EMC}$ مثلث متساوی‌الاضلاع است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

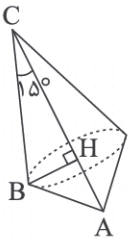
۴) نادرست، زاویهٔ $A\hat{E}C$ قائمه است ولی مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{AEC}$ متساوی‌الساقین نیست. توجه کنید! AE یال و EC قطر وجه مکعب بوده پس برابر نیستند.

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۴)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B}$ برابر است با:

$$\hat{B} = ۱۸۰^\circ - (۷۵^\circ + ۱۵^\circ) = ۹۰^\circ$$



پس این مثلث قائم‌الزاویه است. در نتیجه کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث ارتفاع BH وارد بر وتر AC است.

از آنجا که $\hat{C} = ۱۵^\circ$ پس $BH = \frac{۱}{۴}AC$ و در نتیجه $AC = ۸$ است.

اکنون مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را حول وتر AC دوران می‌دهیم. در این صورت دو مخروط با شعاع قاعدهٔ BH و ارتفاع‌های AH و CH به وجود می‌آید، داریم:

$$\text{حجم شکل} = \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲(AH) + \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲(CH)$$

$$= \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲(AH+CH) = \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲(AC) = \frac{۱}{۳}\pi(۲)^۲(۸) = ۳۲$$

(هندسه دهم، صفحهٔ ۹۶)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) نادرست، اگر d بر Δ عمود باشد، از دوران d حول Δ سطح مخروطی به وجود نمی‌آید.

۲) نادرست، زیرا صفحهٔ عمود بر محور سطح مخروطی که از رأس سطح مخروطی عبور کند، مقطع نقطه می‌شود نه دایره.

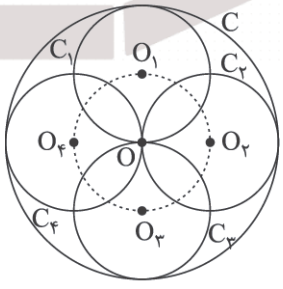
۳) درست

۴) نادرست، صفحهٔ گذرا از رأس سطح مخروطی و موازی مولد آن، شامل مولد سطح مخروطی است پس یک خط ایجاد می‌شود نه سهمی.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۵)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید دایرهٔ $C_۱(O_۱ , R)$ بر دایرهٔ $C(O , ۲R)$ مماس داخل باشد. در این صورت مطابق شکل داریم:



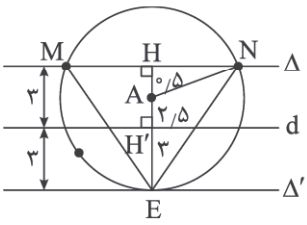
$$OO_۱ = |۲R - R| \Rightarrow OO_۱ = ۲R - R = R$$

فاصلهٔ نقطهٔ $O_۱$ از نقطهٔ O برابر R است. به طور مشابه فاصلهٔ مرکز هر دایرهٔ دیگری که درون دایرهٔ C بوده و بر آن مماس داخل باشد، از نقطهٔ O برابر R است، پس مکان هندسی موردنظر دایره‌ای به مرکز O و شعاع R است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

نقطهٔ A از خط d به فاصلهٔ ۲/۵ است. پس طول عمود AH' برابر ۲/۵ است.



از طرف دیگر مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصلهٔ ۵/۵ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۵/۵ است و مکان هندسی نقاطی که از d به فاصلهٔ ۳ قرار دارند دو خط موازی d در طرفین آن می‌باشد. با توجه به شکل $AE = ۵/۵$ پس $H'E = ۳$ و در نتیجه دایره بر یکی از دو خط موازی با d مماس و دیگری را در دو نقطه قطع می‌کند. یعنی در شکل نقاط M و N و E نقاط موردنظر این سؤال هستند.

مسلماً $EH = ۳ + ۳ = ۶$ ارتفاع مثلث $\overset{\Delta}{MNE}$ است و در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\Delta}{ANH}$ می‌توان نوشت:

$$\overset{\Delta}{ANH} : NH^۲ = AN^۲ - AH^۲ \xrightarrow{AN=۵/۵} NH^۲ = ۵/۵^۲ - ۰/۵^۲$$

$$= (۵/۵ - ۰/۵)(۵/۵ + ۰/۵) = ۵ \times ۶ \Rightarrow NH = \sqrt{۳۰} \Rightarrow MN = ۲\sqrt{۳۰}$$

بنابراین:

$$S_{\overset{\Delta}{MNE}} = \frac{۱}{۲}EH \times MN = \frac{۱}{۲}(۶)(۲\sqrt{۳۰}) = ۶\sqrt{۳۰}$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۳۷)

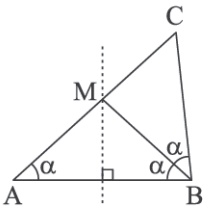
۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

سه نقطهٔ A، B و C روی یک خط راست قرار ندارند، پس یک مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ تشکیل می‌دهند. محل تلاقی عمودمنصف‌های $\overset{\Delta}{ABC}$، نقطه‌ای است که از نقاط A، B و C به یک فاصله قرار دارد. از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، دو خط موازی با d و در طرفین آن هستند. حال در صورتی که یکی از این دو خط موازی از نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ عبور کند، مسئله یک جواب دارد و در غیر این صورت فاقد جواب است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

مطابق شکل فرض کنید $B\hat{A}C = \alpha$ و $A\hat{B}C = ۲\alpha$ باشد.



نیمساز زاویهٔ $A\hat{B}C$ را رسم می‌کنیم تا پاره‌خط AC را در نقطهٔ M قطع کند. در این صورت $A\hat{B}M = \alpha$ بوده و مثلث $\overset{\Delta}{ABM}$ متساوی‌الساقین است، یعنی $MA = MB$. نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است، پس M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$۵۱x \overset{۲۱}{\equiv} a-۱۷$$
$$(۵۱, ۲۱) \mid (a-۱۷) \Rightarrow ۳ \mid (a-۱۷)$$
$$\Rightarrow a-۱۷ = ۳k \Rightarrow a = ۳k+۱۷$$

به‌ازای $k = ۲۸$ مقدار a برابر ۱۰۱ به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۵)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$۱۲ \mid ۹n+۳ \Rightarrow ۹n+۳ \overset{۱۲}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۹n \overset{۱۲}{\equiv} -۳ \Rightarrow ۳n \overset{۴}{\equiv} -۱ \overset{۴}{\equiv} ۳$$
$$\Rightarrow n \overset{۴}{\equiv} ۱ \Rightarrow n = ۴k+۱$$

بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی به فرم $۴k+۱$ عدد ۹۹۷ است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۵)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$A \overset{۱۱}{\equiv} ۲ \Rightarrow ۷-a+۵-a+۲-a \overset{۱۱}{\equiv} ۲ \Rightarrow ۱۴-۳a \overset{۱۱}{\equiv} ۲$$
$$\Rightarrow ۳a \overset{۱۱}{\equiv} ۱۲ \Rightarrow a \overset{۱۱}{\equiv} ۴ \Rightarrow a = ۴$$
$$\Rightarrow A = ۴۲۴۵۴۷ \Rightarrow A \overset{۹}{\equiv} ۷+۴+۵+۴+۲+۴ = ۲۶ \overset{۹}{\equiv} ۸$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$۷n+۳ \Rightarrow ۶ \mid ۷n+۳ \Rightarrow (۶۶, ۸۴)$$: شرط وجود جواب

$$\Rightarrow ۷n+۳ \overset{۶}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۷n \overset{۶}{\equiv} -۳ \Rightarrow n \overset{۶}{\equiv} -۳ \overset{۶}{\equiv} ۳ \Rightarrow n = ۶k+۳$$

ارقام ۳ و ۹ به فرم $۶k+۳$ هستند. بنابراین به غیر از ۳ و ۹ سایر ارقام هفت‌گانه می‌توانند به جای n قرار گیرند.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۶)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

طرفین معادله را به ۱۷ تقسیم می‌کنیم:

$$۶x+۱۱y = ۱۷$$

$x_۰ = ۱$ و $y_۰ = ۱$ جوابی از معادله‌اند، بنابراین:

$$\begin{cases} x = ۱۱k+۱ \\ y = -۶k+۱ \end{cases} \Rightarrow x+y = ۵k+۲$$

در بین گزینه‌ها فقط ۲۷ به فرم $۵k+۲$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۷)

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$۷m+۱۲n = ۵۰۰۰$$
$$۱۲n \overset{۷}{\equiv} ۵۰۰۰ \Rightarrow ۵n \overset{۷}{\equiv} ۵۰۰۰ \Rightarrow n \overset{۷}{\equiv} ۱۰۰۰ \overset{۷}{\equiv} ۶$$
$$n_۰ = ۶ \Rightarrow m_۰ = ۷۰۴$$
$$\Rightarrow \begin{cases} n = ۷k+۶ \\ m = -۱۲k+۷۰۴ \end{cases}$$
$$n \geq ۰ \Rightarrow k \geq ۰$$
$$m \geq ۰ \Rightarrow -۱۲k \geq -۷۰۴ \Rightarrow k \leq ۵۸$$
$$\Rightarrow k \in \{۰, ۱, ۲, ۳, \dots, ۵۸\}$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۲۸)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

تعداد کل حالات $= ۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$

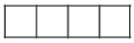
تعداد حالاتی که رنگ سبز به کار نمی‌رود $= ۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$

تعداد حالات مطلوب $= ۴^۳ - ۳^۳ = ۳۷$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۲۴)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

خانهٔ اول از سمت راست یک حالت، رقم سمت چپ سه حالت (هر رقمی به غیر از ۰ و ۱) و بالاخره دو خانهٔ دیگر به ترتیب ۳ و ۲ حالت خواهند داشت.



پس:

$$? = ۱ \times ۳ \times ۳ \times ۲ = ۱۸$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۲۳)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

راه‌حل اول: اگر عدد موردنظر دقیقاً یک رقمِ ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه آن رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۸ و ۱۲ عدد ساخته می‌شود.

اگر عدد موردنظر دقیقاً دو رقمِ ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه یکی از آن دو رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۱۲ و ۶ عدد ساخته می‌شود.

اگر عدد موردنظر دقیقاً سه رقمِ ۲ داشته باشد، بستگی به اینکه یکی از آن سه رقم در هزارگان باشد یا نه، به ترتیب ۶ و ۱ عدد ساخته می‌شود.

اگر عدد موردنظر دقیقاً چهار رقمِ ۲ داشته باشد، دقیقاً ۱ عدد به دست می‌آید. پس:

$$? = (۸+۱۲)+(۱۲+۶)+(۶+۱)+(۱) = ۴۶$$

راه‌حل دوم: تعداد کل اعدادی که از سه رقم ۰، ۱، ۲ مجاز به استفاده باشد را شمرده و اعدادی که ۲ ندارند (فقط ۰ و ۱ دارند) را کم می‌کنیم:

$$\text{مطلوب} = \boxed{2}\boxed{3}\boxed{3}\boxed{3} - \boxed{1}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2} = ۵۴-۸ = ۴۶$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۳۱)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{مطلوب} = \boxed{\text{۳ فیزیک ۲ ریاضی}} \text{ یا } \boxed{\text{۴ فیزیک ۱ ریاضی}} \text{ یا } \boxed{\text{۵ فیزیک صفر ریاضی}}$$
$$= \binom{۶}{۵}\binom{۷}{۰} + \binom{۶}{۴}\binom{۷}{۱} + \binom{۶}{۳}\binom{۷}{۲} = ۶+۱۰۵+۴۲۰ = ۵۳۱$$

(ریاضی دهم، صفحهٔ ۱۳۸)

فیزیک

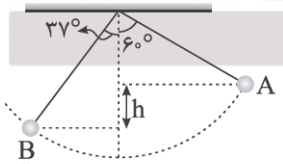
۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$E_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = m\left(\frac{۱۰۰ \times ۱۰۰}{۲} + ۱۰ \times ۳۰۰\right) = ۸۰۰۰m$$
$$E_۲ = \frac{۷۵}{۱۰۰}E_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۰ = \frac{۳}{۴} \times ۸۰۰۰m \Rightarrow v_۲^۲ = ۱۲۰۰۰$$
$$\Rightarrow v_۲ = \sqrt{۱۲۰۰۰} = ۲۰\sqrt{۳۰}\ \frac{m}{s}$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۸۰)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی طناب در امتداد خود طناب است، پس بر مسیر حرکت عمود است و روی گلوله کار انجام نمی‌دهد. پس تنها نیرویی که روی گلوله کار انجام می‌دهد، وزن آن است.



$$W_{\text{کل}} = \Delta K$$
$$W_{mg} = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲$$
$$mgh = \frac{۱}{۲}mv_B^۲$$
$$v_B^۲ = ۲gh$$
$$h = l\cos ۳۷^\circ - l\cos ۶۰^\circ = l(\cos ۳۷^\circ - \cos ۶۰^\circ)$$
$$h = ۳(۰/۸ - \frac{۱}{۲}) = ۰/۹\,m$$
$$v_B^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۰/۹ = ۱۸ \Rightarrow v_B = ۳\sqrt{۲}\ \frac{m}{s}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱، ۶۲ و ۸۱)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\Delta K = W_t = W_{mg}$$
$$\frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = mgh$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

حالت اول:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

حالت دوم:

$$2v = \sqrt{4v_0^2 + 2gH}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{4v_0^2 + 2gH} \Rightarrow H = 4h = 4\times 10 = 40\,m$$

توجه کنید مسئله مستقل از جرم جسم و جهت سرعت اولیه است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

الف) نادرست، کار کل انجام‌شده روی جسم برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم که در اینجا صفر است.

ب) نادرست، چترباز پایین می‌آید؛ پس انرژی پتانسیل گرانشی آن کم می‌شود. انرژی جنبشی هم که ثابت است.

$$(U = mgh\ ,\ K = \frac{1}{2}mv^2)$$

پس انرژی مکانیکی که حاصل جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل است در حال کاهش است.

ج) نادرست، وقتی یک جسم پایین می‌آید، کار نیروی وزن آن مثبت است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ و ۶۵)

۴۵. گزینه ۴ صحیح است.

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی یک جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}\times 4\times(5/2^2 - 1/8^2) = 47/6\,J$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۶۲)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

کار نیروی وزن در یک جابه‌جایی قائم (Δh) برابر $W_{mg} = -mg\Delta h$ بوده و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی نیز برابر $\Delta U_g = mg\,\Delta h$ و هر دو مستقل از مسیر حرکت هستند.

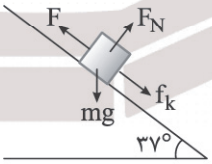
پس برای هر دو شخص، کار نیروی وزن و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی یکسان است. (یعنی جملات (الف) و (ب) نادرست هستند.)

از طرفی چون جابه‌جایی انجام‌شده در خلاف جهت نیروی وزن است، کار نیروی وزن هر دو شخص منفی است. (یعنی جملهٔ (ج) درست است.)

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۷۹)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

بر طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:



$$W_F + W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$$

$W_{F_N} = 0$ است زیرا نیروی عمودی سطح عمود بر مسیر حرکت است.

$$\Delta U_g = -W_{mg} \Rightarrow W_{mg} = -\Delta U_g$$

$$W_F + W_{f_k} = \Delta K + \Delta U_g$$

$$\Rightarrow \Delta E = W_F + W_{f_k}$$

$$\Delta E = (20\times 0/6) + (-8\times 0/6) = 7/2\,J$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۷۱)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

به دلیل عدم وجود مقاومت هوا، انرژی مکانیکی پایستگی دارد (نقطهٔ A را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم).

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}m\times 30^2 = m\times 10\times 5 + \frac{1}{2}m\times v_B^2 \Rightarrow v_B = 10\sqrt{8}\,\frac{m}{s}$$

$$U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}m\times 30^2 = m\times 10\times(-5) + \frac{1}{2}m\times v_C^2 \Rightarrow v_C = 10\sqrt{10}\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{8}{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۸۰)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

(توان مفید ماشین) $P = \frac{W}{t}\ ,\ P_A = P_B \Rightarrow \frac{W_A}{t_A} = \frac{W_B}{t_B}$

$$\xrightarrow{t_A > t_B} W_A > W_B$$

بازده ماشین $Ra = \frac{W}{E_{\text{ورودی}}} \xrightarrow[W_A > W_B]{E_A = E_B} Ra_A > Ra_B$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۳ و ۷۵)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ 8K = \frac{1}{2}\times 2m\times(v+5)^2 \end{cases} \Rightarrow 8 = \frac{2(v+5)^2}{v^2}$$

$$\Rightarrow 4v^2 = (v+5)^2 \Rightarrow 2v = v + 5 \Rightarrow v = 5\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک دهم، صفحهٔ ۵۴)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1)$$

$$Fd\cos(90-\theta) - f_k.d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 100\times 5\times 0/8 - 5f_k = \frac{1}{2}\times 10\times 36 \Rightarrow 400 - 5f_k = 180$$

$$\Rightarrow f_k = \frac{220}{5} = 44N$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۶۱)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

پمپ روی مایع کار انجام می‌دهد و انرژی مکانیکی آن را افزایش می‌دهد. از آنجا که تندی مایع ثابت فرض می‌شود، تمام این افزایش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$W = mg\Delta h \Rightarrow P_{\text{خروجی}}\Delta t = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow Ra\times P_{\text{ورودی}}\times\Delta t = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow 0/6\times 3\times 10^3\times 50 = m\times 10\times 30$$

$$\Rightarrow m = \frac{6\times 3\times 5\times 10^3}{300} = 300\,kg$$

$$m = \rho.V \Rightarrow 300 = 1/2V \Rightarrow V = 250\,L$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵، ۷۳ و ۷۵)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

اصطکاک توپ با کف ماشین خیلی کم است و تقریباً نیروی خالص وارد بر توپ صفر است. بنابراین طبق قانون اول نیوتون، توپ به حرکت خود ادامه می‌دهد و به طرف جلوی ماشین می‌غلتد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۵۴. گزینه ۲ صحیح است.

با مقایسهٔ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s\max})$ با نیروی اعمال شده بر جسم، بررسی می‌کنیم که جسم حرکت کرده یا نکرده:

$$f_{s\max} = F_N.\mu_s \xrightarrow{F_N = mg} f_{s\max} = mg.\mu_s$$

$$\xrightarrow[\substack{g=10 \\ \mu_s = 0/5}]{m=4kg} f_{s\max} = 0/5\times 4\times 10 = 20\,N$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

چون $F > f_{s\max}$ پس جسم حرکت می‌کند و اصطکاک از نوع جنبشی خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$f_k = F_N.\mu_k \xrightarrow{F_N=mg} f_k = mg.\mu_k$$
$$\xrightarrow[m=۴kg]{\mu_k=۰/۳} f_k = ۰/۳\times۴\times۱۰ = ۱۲N$$

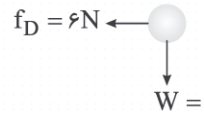
سطح بر جسم، دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک جنبشی وارد می‌کند که برایند آنها برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} \Rightarrow R = \sqrt{۴۰^۲ + ۱۲^۲} \Rightarrow R = ۴\sqrt{۱۰۹}\,N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی مقاومت هوا مماس بر مسیر حرکت و در خلاف جهت حرکت است.



پس در بالاترین نقطهٔ مسیر $\vec{f}_D$ و $\vec{W}$ بر هم عمود هستند.

$$F_{net} = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰N$$

حالا از روی وزن جسم، جرم آن را حساب می‌کنیم.

$$W = mg \Rightarrow ۸ = ۱۰m \Rightarrow m = ۰/۸kg$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۰/۸} = ۱۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۴)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی وزنه در حال تعادل باشد، بزرگی نیروی فنر برابر وزن وزنه می‌شود.

حالت اول: $F_e = ۴۰N\ ,\ \ell = ۳۲/۵cm$

حالت دوم: $F_e = ۵۰N\ ,\ \ell = ۳۵cm$

پس برای ۱۰ نیوتون افزایش نیرو، طول فنر ۲/۵ سانتی‌متر زیاد شده است. بین تغییر طول فنر و نیروی کششی آن تناسب مستقیم وجود دارد.

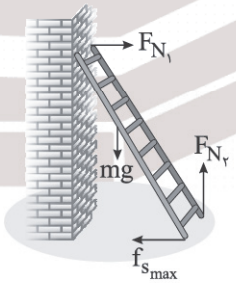
$$\begin{array}{c|c} ۱۰N & ۲/۵ \\ \hline ۴۰N & x \end{array} \Rightarrow x = ۱۰cm$$

یعنی در حالت اول فنر ۱۰cm کشیده شده است.

$$۳۲/۵ - \ell_\circ = ۱۰ \Rightarrow \ell_\circ = ۲۲/۵$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۹)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.



$$\begin{cases} F_{N_۲} = mg \\ F_{N_۱} = f_{s\max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{N_۲} = ۸۰۰N \\ F_{N_۱} = \mu_s mg = ۰/۷۵\times۸۰۰ = ۶۰۰N \end{cases}$$

نیرویی که زمین به نردبان وارد می‌کند R است، پس:

$$R = \sqrt{f_{s\max}^۲ + F_{N_۲}^۲} = \sqrt{۶۰۰^۲ + ۸۰۰^۲} = ۱۰۰۰N$$

نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند همان $F_{N_۱} = ۶۰۰N$ است، پس در نهایت داریم:

$$\frac{F_{N_۱}}{R} = \frac{۶۰۰}{۱۰۰۰} = \frac{۳}{۵}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۵۸. گزینه ۳ صحیح است.

حالت اول: $F_{net} = ma \Rightarrow ۳۰ - F_۲ = ma$

حالت دوم: $F_{net} = ma \Rightarrow F_۲ - ۱۵ = \frac{۱}{۴}ma$

$$\Rightarrow F_۲ - ۱۵ = \frac{۱}{۴}(۳۰ - F_۲) \Rightarrow ۵F_۲ = ۹۰ \Rightarrow F_۲ = ۱۸N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۲)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a) = ۸۰(۱۰+۲/۵)$$
$$\Rightarrow F_N = ۱۰۰۰N$$

طبق قانون سوم نیوتون، همان اندازه نیرویی که شخص به آسانسور وارد می‌کند، آسانسور به شخص وارد می‌کند و بنابراین برابر با ۱۰۰۰N است.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۶)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

نیروهای وارد بر وزنه عبارتند از کشش طناب و وزن آن و به مقدار بسیار کمی هم هوا بر وزنه نیرو وارد می‌کند که واکنش آنها به ترتیب بر طناب، کرهٔ زمین و هوا وارد می‌شود.

دقت کنید که موتور آسانسور و یا سقف آسانسور بر وزنه نیرو وارد نمی‌کنند.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۴)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

وزنه ساکن است پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

$$\begin{cases} f_s = W \Rightarrow f_s = ۱۲۰N \\ F_N = F \end{cases}$$

با زیاد شدن F مقدار F_N هم زیاد می‌شود ولی f_s تغییر نمی‌کند و همان ۱۲۰ نیوتون می‌ماند.

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۵ صفحهٔ ۵۹)

۶۲. گزینه ۱ صحیح است.

از نمودار A و B دو نقطه با مختصات زیر را در نظر بگیرید:

$$A: x = ۲\ ,\ F = ۳ \text{ و } B: x = ۴\ ,\ F = ۴$$
$$\frac{Fe_B}{Fe_A} = \frac{k_B}{k_A}\times\frac{x_B}{x_A} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{k_B}{k_A}\times\frac{۴}{۲} \Rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \frac{۲}{۳}$$
$$\left.\begin{aligned} F_A &= mg = k_A.x \\ F_B &= m'g = k_B.\frac{x}{۴} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{m'}{m} = \frac{k_B}{k_A}\times\frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۶}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی کششی طناب در دو سر آن هم‌اندازه است یعنی طناب بر این دو نفر نیروی هم‌اندازه وارد می‌کند.

ضمناً با توجه به اینکه اصطکاک ناچیز فرض شده است، نیروی خالص وارد بر هر کدام از این دو نفر، همان نیرویی است که طناب بر او وارد می‌کند.

$$-\vec{F}_{net_۱} = \vec{F}_{net_۲} \Rightarrow -m_۱\vec{a}_۱ = m_۲\vec{a}_۲ \Rightarrow -۸۰\times(-\frac{۳}{۲})\vec{i} = ۱۲۰\vec{a}_۲$$
$$\Rightarrow \vec{a}_۲ = (۱\frac{m}{s^۲})\vec{i}$$
$$v = at + v_\circ \Rightarrow \vec{v}_۲ = ۲\times(۱)\vec{i} = (۲\frac{m}{s})\vec{i}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

حالت اول: چون جعبه از حالت سکون به حرکت درآمده است، حرکت جعبه تندشونده و رو به بالا است:

$$F_{net_y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - ۴۰ = ۸ \Rightarrow T = ۴۸N$$

حالت دوم: چون با سرعت ثابت حرکت می‌کند،

$$F_{net_y} = \circ \Rightarrow T = mg = ۴۰N$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

حالت سوم: چون جعبه در حالت توقف است، پس حرکت کندشونده و رو به بالا است:

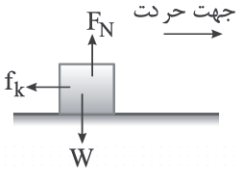
$$F_{net_y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - ۴۰ = -۸ \Rightarrow T = ۳۲\,N$$

در نهایت داریم:

$$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{۴۸}{۳۲} = \frac{۳}{۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۴۴)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.



$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۳۶ = ۲a \times ۶ \Rightarrow a = -۳\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$
$$\Rightarrow a = -g\mu_k \Rightarrow -۳ = -۱۰\mu_k \Rightarrow \mu_k = ۰/۳$$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۳۳)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

بر گلوله دو نیرو وارد می‌شود، یکی وزن و یکی مقاومت هوا. وزن همیشه رو به پایین است و مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت است، پس در هنگام بالا رفتن این دو نیرو هم‌جهت هستند و در هنگام پایین آمدن این دو نیرو در خلاف جهت هم هستند.

پایین آمدن: $F_{net} = W - f_D = ma$, $F_{net} < W \Rightarrow a < g$

بالا رفتن: $F_{net} = W + f_D = ma$, $F_{net} > W \Rightarrow a > g$

در اینجا شتاب $۸\frac{m}{s^۲}$ کمتر از $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ است پس مربوط به حالت پایین آمدن است.

$$W - f_D = ma \Rightarrow ۳ - f_D = ۰/۳ \times ۸ \Rightarrow f_D = ۰/۶N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۶)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

وقتی آسانسور تندشونده پایین می‌آید $mg - Fe_۱ = ma_۱$

$$\Rightarrow Fe_۱ = m(g - a_۱) \Rightarrow F_{e_۱} = ۵(g - ۳)$$

وقتی آسانسور تندشونده بالا می‌رود $Fe_۲ - mg = ma_۲$

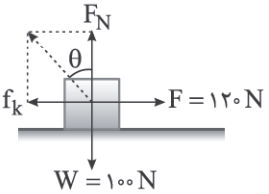
$$\Rightarrow Fe_۲ = m(g + a_۲) \Rightarrow F_{e_۲} = ۵(g + ۳)$$

اختلاف $F_{e_۱}$ و $F_{e_۲}$ برابر ۳۰ نیوتون است و این ۳۰ نیوتون اختلاف باعث ۱۵ سانتی‌متر تغییر طول فنر شده است.

$$k = \frac{۳۰}{۰/۱۵} = ۲۰۰\frac{N}{m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸، ۴۳ و ۴۴)

۶۸. گزینه ۲ صحیح است.



$$\begin{cases} \theta = ۴۵^\circ \Rightarrow f_k = F_N \\ F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_N = W = ۱۰۰N \end{cases} \Rightarrow f_k = ۱۰۰N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow ۱۲۰ - ۱۰۰ = ۱۰a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۴۶)

۶۹. گزینه ۴ صحیح است.

در ابتدا تندی کم است و f_D هم کم است، پس حرکت تندشونده است.

$$a = \frac{W - f_D}{m}$$

با زیاد شدن تندی، f_D هم زیاد می‌شود، پس a کم می‌شود. این وضعیت ادامه دارد تا زمانی که f_D با W هم‌اندازه شود و از آن زمان به بعد تندی ثابت است.

پس هر دو جملهٔ (الف) و (ب) نادرست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

جسم در راستای قائم ساکن است پس F_{net} در راستای قائم صفر است.

$$F_N - W = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۴۰N$$
$$f_{s\,max} = \mu_s F_N = ۰/۶ \times ۴۰ = ۲۴N$$

اصطکاک وارد بر جسم f_k است. $\Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند.

$$F > f_{s\,max} \Rightarrow f_k = \mu_k F_N = ۴۰ \times ۰/۵ = ۲۰N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۳۰ - ۲۰ = ۴a \Rightarrow a = ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

در مدت $t = ۰$ تا $t = ۶$ جسم با این شتاب حرکت می‌کند.

$$\begin{cases} v = at + v_۰ = ۶ \times ۲/۵ = ۱۵\frac{m}{s} \\ \Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t = \frac{۱۵ + ۰}{۲} \times ۶ = ۴۵\,m \end{cases}$$

در قسمت دوم F حذف شده پس فقط اصطکاک بر جسم اثر می‌کند.

$$F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - ۲۰ = ۴a \Rightarrow a = -۵\frac{m}{s^۲}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۱۵^۲ = ۲ \times (-۵) \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{۱۵ \times ۱۵}{۱۰} = ۲۲/۵\,m$$

$$\Delta x_{کل} = ۲۲/۵ + ۴۵ = ۶۷/۵\,m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۴۲)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

شیب نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای نمک‌های $KNO_۳$ و NaCl به ترتیب دارای بیشترین و کمترین اندازه است؛ در نتیجه دما بر انحلال‌پذیری نمک‌های $KNO_۳$ و NaCl به ترتیب بیشترین و کمترین اثر را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در دمای $۷۵^\circ C$ انحلال‌پذیری این نمک برابر با ۵۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس نسبت جرم حلال به حل‌شونده در محلول سیرشدهٔ آن برابر ۲ است.

۲) درست

۴) نقطهٔ C بالای نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای ترکیب $Li_۲SO_۴$ قرار دارد و یک محلول فراسیرشده از آن را نشان می‌دهد در حالی‌که این نقطه برای سایر نمک‌ها، زیر نمودار انحلال‌پذیری ـ دما قرار داشته و محلول سیرنشده‌ای از آنها را نشان می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۷۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا باید انحلال‌پذیری این نمک در دمای $۲۰^\circ C$ را محاسبه کنیم:

$$?g\ \text{رسوب} = ۱۴۵g\ \text{محلول} \times \frac{۳۰/۸g\ \text{رسوب}}{۳۱۹g\ \text{محلول}} = ۱۴g$$

پس با سرد کردن ۱۴۵ گرم محلول سیرشده (۴۵ گرم نمک و ۱۰۰ گرم آب) از دمای $۶۰^\circ C$ تا $۲۰^\circ C$، جرم رسوب حاصل برابر ۱۴ گرم است؛ پس داریم:

$$\text{انحلال‌پذیری در دمای } ۲۰^\circ C = ۴۵ - ۱۴ = ۳۱g / ۱۰۰g\,H_۲O$$

اکنون با داشتن انحلال‌پذیری نمک در دو دما می‌توان معادلهٔ انحلال‌پذیری ـ دما را برای آن به دست آورد:

$$S - S_۱ = \frac{S_۲ - S_۱}{\theta_۲ - \theta_۱}(\theta - \theta_۱) \Rightarrow S - ۳۱ = \frac{۴۵ - ۳۱}{۶۰ - ۲۰}(\theta - ۲۰)$$

$$\Rightarrow S - ۳۱ = ۰/۳۵(\theta - ۲۰) \Rightarrow S = ۰/۳۵\theta + ۲۴$$

پس حاصل $a + b$ برابر است با: $a + b = ۰/۳۵ + ۲۴ = ۲۴/۳۵$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

اگر انحلال‌پذیری این نمک برابر با S گرم در ۱۰۰ گرم آب باشد، درصد جرمی محلول سیرشدهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{S}{S + ۱۰۰} \times ۱۰۰$$

اکنون با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی}}{\text{انحلال‌پذیری}} = \frac{\frac{S \times ۱۰۰}{S + ۱۰۰}}{S} = \frac{۱۰۰}{S + ۱۰۰} = ۰/۸ \Rightarrow S = ۲۵g / ۱۰۰g\,H_۲O$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

معادلهٔ انحلال $NaNO_۳$ در آب به صورت زیر است:

$$NaNO_۳(s) \xrightarrow{H_۲O} Na^+(aq) + NO_۳^-(aq)$$

شمار مول یون‌های موجود در محلول برابر است با:

$$?mol\ ion = ۹۲/۵mL\ \text{محلول} \times \frac{۱/۵g\ \text{محلول}}{۱mL\ \text{محلول}} \times \frac{۸۵g\ NaNO_۳}{۱۸۵g\ \text{محلول}}$$

$$\times \frac{۱mol\ NaNO_۳}{۸۵g\ NaNO_۳} \times \frac{۲mol\ ion}{۱mol\ NaNO_۳} = ۱/۵mol\ ion$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۵. گزینه ۴ صحیح است.

ممکن است مولکولی از اتم‌های متفاوت تشکیل شده باشد، اما ناقطبی باشد؛ مانند $CH_۴$ و $CO_۲$ که مولکول‌هایی ناقطبی با $\mu = ۰$ هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست، میلهٔ شیشه‌ای مالش داده‌شده به موی خشک دارای بار منفی است و از طرفی اتم‌های هیدروژن، سر مثبت مولکول‌های آب را تشکیل می‌دهند.

۲) درست

۳) درست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

این عبارت همواره صحیح نیست؛ به عنوان مثال اگرچه نیروی بین مولکولی در $NH_۳$ از نوع پیوند هیدروژنی است، اما نقطهٔ جوش این ماده برابر با $-۳۳^\circ C$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) استون $(C_۳H_۶O)$ نسبت به اتانول $(C_۲H_۵OH)$ جرم مولی بیشتری دارد، اما نقطهٔ جوش اتانول به دلیل تشکیل پیوندهای هیدروژنی از استون بیشتر است.

۳) CO برخلاف $N_۲$ دارای مولکول‌های قطبی است و از این‌رو نقطهٔ جوش بالاتری دارد.

۴) نقطهٔ جوش مولکول‌های ناقطبی با جرم مولی آنها رابطهٔ مستقیم دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

این نمودار مربوط به ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۷ است. نقاط A، B و C به ترتیب مربوط به HF، HCl و HBr است. بنابراین عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) هر دو ترکیب B و C قطبی هستند و تفاوت در نقطهٔ جوش آنها به علت تفاوت در جرم مولی آنها است.

ب) نقطهٔ جوش $H_۲O$ و $H_۲S$ به ترتیب برابر $۱۰۰^\circ C$ و $-۶۰^\circ C$ است که تفاوت آنها برابر $۱۶۰^\circ C$ می‌باشد در حالی‌که تفاوت نقطهٔ جوش دو ترکیب A و B برابر $۱۰۴^\circ C$ است.

پ) هر سه مولکول قطبی هستند.

ت) نیروی بین مولکولی در ترکیب‌های B و C همانند $CO_۲$ از نوع وان‌دروالسی است در حالی‌که نیروی بین مولکولی در ترکیب A از نوع هیدروژنی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

در مخلوط‌های ناهمگن به حالت مایع، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آب و تینر (هگزان) هر دو مایع هستند اما از آنجا که آب برخلاف هگزان قطبی است، این دو ماده در یکدیگر حل نشده و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان نیست.

۳) استون به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۴) با توجه به اینکه اتانول محلول در آب است، این مورد صحیح است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

ممکن است A، محلول سیرشده‌ای از مادهٔ C باشد و با افزودن C بیشتر به آن، لایه‌ای رسوب تشکیل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هگزان ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شود، بنابراین دو لایهٔ مجزا تشکیل می‌شود.

۲) آب فراوان‌ترین حلال در صنعت است که در بنزین خودرو که یک محلول غیرآبی است، حل نمی‌شود.

۴) مادهٔ C می‌تواند چربی باشد که در آب نامحلول است اما در استون حل می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

در اثر انحلال هر مول $Na_۲S$ در آب، ۳ مول یون تولید می‌شود، بنابراین داریم:

$$?ion = ۰/۸mol\ Li_۲S \times \frac{۳mol\ ion}{۱mol\ Li_۲S} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ ion}{۱mol\ ion}$$

$$= ۱۴۴/۴۸ \times ۱۰^{۲۲}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در انحلال یونی برخلاف انحلال مولکولی، مادهٔ حل‌شونده ویژگی‌های ساختاری خود را حفظ نمی‌کند.

۲) کاتیون‌های ترکیب از سمت سر منفی مولکول‌های آب (اتم‌های اکسیژن) احاطه شده و آنیون‌ها نیز از سر مثبت مولکول‌های آب (اتم‌های هیدروژن) احاطه می‌شوند.

۴) میان یون‌های حاصل و مولکول‌های آب، نیروی جاذبهٔ یون ــ دوقطبی برقرار است.

(شیمی دهم، صفحهٔ ۱۱۲)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا جرم گازی را که در دمای $۶۵^\circ C$ در ۷۵ گرم آب حل می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$?g\ A = ۷۵g\ \text{آب} \times \frac{۰/۰۴g\ A\ \text{گاز}}{۱۰۰g\ \text{آب}} = ۰/۰۳g\ A\ \text{گاز}$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پس ۰/۰۴ گرم گاز از محلول خارج می‌شود:

$$\text{جرم گاز خارج‌شده} = ۰/۰۷ - ۰/۰۳ = ۰/۰۴\,g$$

با توجه به چگالی گاز، می‌توان حجم گاز خروجی را محاسبه کرد:

$$?\,mL\ \text{گاز} = ۰/۰۴g\ \text{گاز} \times \frac{۱L}{۱/۲۵\,g\ \text{گاز}} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} = ۳۲\,mL$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت بیان‌شده در گزینهٔ ۴ برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

مقایسهٔ صحیح به صورت: $N_۲ < O_۲ < NO$ است زیرا $O_۲$ نسبت به $N_۲$ جرم مولی بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آمونیوم نیترات ($NH_۴NO_۳$) به عنوان کود شیمیایی کاربرد دارد.

۲) وجود نمک در آب، سبب کاهش انحلال‌پذیری گازها در آب می‌شود.

۳) آب تصفیه‌شده به روش تقطیر دارای ترکیب‌های آلی فرار و میکروب‌ها است در حالی‌که آب تصفیه‌شده به روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن تنها دارای میکروب‌ها است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۵، ۱۱۹، ۱۲۱ و ۱۲۲)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر کاغذ pH در محلولی تغییر رنگ ندهد، یعنی در محلول موردنظر $[H^+] = [OH^-]$ بوده و محلول خنثی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) رنگی که کاغذ pH درون یک محلول به خود می‌گیرد، pH تقریبی آن را نشان می‌دهد.

۲) گل ادریسی در خاک اسیدی و بازی به ترتیب به رنگ آبی و سرخ شکوفا می‌شود.

۳) در اثر افزودن اسید و یا باز به آب خالص در دمای اتاق، حاصل $[H^+]\times[OH^-]$ ثابت باقی می‌ماند اما مجموع شمار مول یون‌های H^+ و OH^- تغییر می‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۴)

۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

برابر بودن pH دو محلول به معنی برابر بودن $[H^+]$ در آنها است.

ابتدا $[H^+]$ در محلول $HNO_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = M\alpha = ۲\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

پس $[H^+]$ در محلول حاصل از انحلال $N_۲O_۵$ در آب نیز برابر با ۲×۱۰^{-۲} مولار بوده و m برابر است با:

$$m = ۲L \times \frac{۲\times۱۰^{-۲}\,mol\,H^+}{۱L} \times \frac{۱mol\,N_۲O_۵}{۲mol\,H^+} \times \frac{۱۰۸g\,N_۲O_۵}{۱mol\,N_۲O_۵}$$

$$= ۲/۱۶\,g$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۲۸)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به رابطهٔ K_a اسید داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^۲}{[HA]} \Rightarrow [H^+] = \sqrt{K_a.[HA]} = \sqrt{۱۰^{-۳}\times۰/۴}$$

$$= ۲\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

از طرفی در دمای اتاق داریم:

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۵\times۱۰^{-۱۳}\,mol.L^{-۱}$$

پس نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۵\times۱۰^{-۱۳}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۲/۵\times۱۰^{-۱۱}$$

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۲۶)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

در محلول اسیدها، pH با $[H^+]$ رابطهٔ معکوس دارد، پس داریم:

$[H^+]_{HA} < [H^+]_{HB}$ و از طرفی با توجه به اینکه مولاریتهٔ اولیهٔ محلول دو اسید برابر است، پس درجهٔ یونش اسید HB نیز از اسید HA بزرگ‌تر است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) بدون داشتن حجم محلول‌ها، نمی‌توان راجع‌به شمار یون‌های H^+ موجود در محلول اظهارنظر کرد.

۲) نسبت درجهٔ یونش اسید HB به اسید HA عددی بزرگ‌تر از یک است.

۳) اگر غلظت اولیهٔ اسید را برابر M مولار در نظر بگیریم، مجموع غلظت گونه‌ها (یون‌ها و مولکول‌های یونیده‌نشده) در محلول هر اسید از رابطهٔ: $M+M\alpha$ به دست می‌آید. با توجه به برابری مولاریتهٔ اولیهٔ دو اسید و اینکه $\alpha_{HA} < \alpha_{HB}$ است، مجموع غلظت گونه‌ها در محلول اسید HB از HA بیشتر است.

۴) با توجه به اینکه حجم و مولاریتهٔ اولیهٔ محلول هر دو اسید برابر است، مقدار NaOH لازم برای خنثی کردن آنها نیز برابر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۳۲)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

با اضافه کردن گاز HBr و افزایش خاصیت اسیدی محلول، pH آن کاهش می‌یابد. با توجه به مقدار اولیه و ثانویهٔ pH محلول داریم:

$$pH_۱ = ۱/۱ \Rightarrow [H^+]_۱ = ۱۰^{-pH_۱} = ۱۰^{-۱/۱} = ۱۰^{-۲+۰/۹}$$

$$= ۱۰^{-۲}\times(۱۰^{۰/۳})^۳ = ۸\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱} = M_۱$$

$$pH_۲ = ۰/۷ \Rightarrow [H^+]_۲ = ۱۰^{-pH_۲} = ۱۰^{-۰/۷} = ۱۰^{-۱+۰/۳}$$

$$= ۲\times۱۰^{-۱}\,mol.L^{-۱} = M_۲$$

پس شمار مول‌های HBr اضافه‌شده برابر است با:

$$?\,mol\,HBr = ۰/۵\,L\ \text{محلول} \times \frac{(۰/۲-۰/۰۸)}{۱L\ \text{محلول}} = ۶\times۱۰^{-۲}\,mol$$

اکنون می‌توان با توجه به اطلاعات داده‌شده، مقدار x را محاسبه نمود:

$$x\,L = ۰/۰۶mol\,HBr \times \frac{۸۱g\,HBr}{۱mol\,HBr} \times \frac{۱L\,HBr}{۳/۲۴g\,HBr} = ۱/۵$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

با افزایش درصد یونش اسید، $[H^+]$ در محلول اسید افزایش یافته و در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $[H^+]$ در این محلول برابر یک مولار است و داریم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log۱ = ۰$$

۲) برابری pH محلول دو اسید به معنای برابری $[H^+]$ در محلول آنها است. از آنجا که HCl یک اسید قوی و $CH_۳COOH$ یک اسید ضعیف است، برای اینکه $[H^+]$ در محلول آنها برابر شود، محلول اولیهٔ $CH_۳COOH$ باید غلظت بیشتری نسبت به HCl داشته باشد.

۴) با انحلال گاز HCN در محلول، خاصیت اسیدی محلول ($[H^+]$) افزایش یافته و در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۲۸)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) با n برابر شدن حجم محلول یک اسید قوی، pH آن به اندازهٔ $\log n$ افزایش می‌یابد؛ پس داریم:

$$\log n = \log ۴ = ۲\log ۲ = ۲(۰/۳) = ۰/۶$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

ب) با رقیق کردن محلول باز قوی AOH، غلظت یون‌های A^+ و OH^- کاهش می‌یابد اما دقت کنید که چون حاصل $[H^+]\times[OH^-]$ عددی ثابت است و تنها به دما بستگی دارد، با کاهش $[OH^-]$، غلظت یون هیدرونیوم ($[H^+]$) افزایش می‌یابد.

پ) کاغذ pH در محلول‌های بازی به رنگ آبی درمی‌آید اما ممکن است مادهٔ بازی در ساختار خود فاقد یون OH^- باشد، به عنوان مثال آمونیاک (NH_3) یک باز آرنیوس است اما در ساختار خود یون OH^- ندارد.

ت) در دما و غلظت یکسان، هر چه باز قوی‌تر باشد، غلظت یون‌ها در محلول آن بیشتر بوده و در نتیجه رسانایی الکتریکی محلول حاصل نیز بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶، ۲۸ و ۲۹)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و سوم درست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: با افزایش pH محلول اسیدی، $[H^+]$ کاهش یافته و در نتیجه $[OH^-]$ موجود در محلول افزایش می‌یابد؛ پس حاصل $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ نیز افزایش می‌یابد.

مورد دوم: کمتر بودن pH اسید HX نسبت به اسید HY بیانگر این است که محلول HX خاصیت اسیدی بیشتری دارد. دقت کنید که بدون دانستن غلظت اولیهٔ دو اسید، نمی‌توان در مورد مقایسهٔ قدرت اسیدی آنها اظهارنظر کرد.

مورد سوم: حاصل $[H^+]\times[OH^-]$ در محلول‌های آبی تنها به دما وابسته است.

مورد چهارم: ممکن است مقدار باز اضافه‌شده به اندازه‌ای نباشد که اسید را به طور کامل خنثی کند و در این صورت pH محلول نهایی کمتر از ۷ خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۲)

۹۱. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به مقدار pH این باز داریم:

$$pH=12/7 \Rightarrow [H^+]=10^{-pH}=10^{-12/7}=10^{-13+0/3}$$
$$=10^{-13}\times10^{0/3}=2\times10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14} \Rightarrow [OH^-]=\frac{10^{-14}}{2\times10^{-13}}=5\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

سپس باید با توجه به مقدار انحلال‌پذیری این باز، جرم باز اولیهٔ حل‌شده در آب و غلظت اولیهٔ آن را محاسبه کنیم:

$$?g\,BOH=2/5\times10^{3}\,mL\,آب\times\frac{1g\,آب}{1mL\,آب}\times\frac{10g\,BOH}{100g\,آب}=250g$$

$$M=\frac{n(mol)}{V(L)}=\frac{250g\,BOH\times\frac{1mol\,BOH}{125g\,BOH}}{2/5\,L}=0/8\,mol.L^{-1}$$

اکنون می‌توان درصد یونش این باز را محاسبه نمود:

$$[OH^-]=M\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{[OH^-]}{M}=\frac{5\times10^{-2}}{0/8}=0/0625$$
$$\Rightarrow \%\alpha=\alpha\times100=\%6/25$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

باز AOH نسبت به باز A′OH قوی‌تر است، زیرا K_b بزرگ‌تری دارد. اما بدون دانستن غلظت این محلول‌های بازی، نمی‌توان در مورد $[OH^-]$ و pH آنها اظهارنظر نمود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هر دو باز ضعیف هستند، پس $[OH^-]$ در محلول یک مولار آنها به یقین از یک مولار کمتر است. پس pH آنها از ۱۴ کوچک‌تر است.

۲) در دمای یکسان، قدرت بازی با K_b رابطهٔ مستقیم دارد.

۴) AOH یک باز بسیار ضعیف است؛ پس در محلول آن، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده از غلظت یون‌های حاصل بیشتر است و از طرفی در محلول باز A′OH نیز داریم:

$$[A'^+]=[OH^-]>[H^+]$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸، ۲۹ و ۳۶)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

کاتیون و آنیون نمک حاصل از واکنش میان اسیدها و بازها به ترتیب متعلق به باز و اسید است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش خنثی شدن اسید و باز مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌ها است.

۲) در اثر واکنش محلول لوله بازکن ($NaOH(aq)$) با اسیدهای چرب ($RCOOH$) صابون جامد با فرمول شیمیایی $RCOO^-Na^+$ به دست می‌آید که شمار کاتیون و آنیون در آن برابر یک است.

۴) به عنوان مثال در واکنش خنثی شدن HCl با NaOH، یون‌های Cl^- و Na^+ به صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۹۴. گزینه ۱ صحیح است.

شمار مول H^+ اسید برابر است با: $[H^+]=M=0/2\,mol.L^{-1}$

$$\Rightarrow mol\,H^+=0/5L\times\frac{0/2mol\,H^+}{1L}=0/1\,mol$$

شمار مول OH^- باز برابر است با: $pH=13/3$

$$\Rightarrow [H^+]=10^{-pH}=10^{-13/3}=10^{-14+0/7}=5\times10^{-14}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14} \Rightarrow [OH^-]=\frac{10^{-14}}{5\times10^{-14}}=0/2\,mol.L^{-1}$$

$$mol\,OH^-=0/3L\times\frac{0/2mol\,OH^-}{1L}=0/06\,mol$$

با توجه به واکنش خنثی شدن اسید و باز:

$$H^+(aq)+OH^-(aq)\rightarrow H_2O(l)$$

۰/۰۶ مول از H^+ توسط OH^- خنثی شده و $[H^+]$ در محلول نهایی برابر است با:

$$[H^+]=\frac{mol(H^+)}{V(L)}=\frac{0/1-0/06}{1/2+0/5+0/3}=\frac{0/04}{2}=2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

پس pH محلول نهایی برابر است با:

$$pH=-\log[H^+]=-\log2\times10^{-2}=-(\log2+\log10^{-2})$$
$$=-(0/3-2)=1/7$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶ و ۳۲)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

$Al(OH)_3$ در ترکیب با $Mg(OH)_2$ و یا در ترکیب با $NaHCO_3$ به عنوان ضد اسید به کار می‌رود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید است. این دارو به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود.

۲) با توجه به اینکه جوش شیرین خاصیت بازی دارد، می‌توان برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها به شوینده‌ها جوش شیرین افزود.

۳) در زمان استراحت میزان $[H^+]$ در اسید معده کمتر بوده و در نتیجه pH آن بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud